

Sentrale ligninger og størrelser GEOF110

Vår 2025

helge.drange@uib.no

12. januar 2025

Momentumligning og totalderivert

Momentumligning i et ikke-roterende system:

$$\frac{DC}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \hat{\mathbf{z}} + \mathcal{F} \quad (1)$$

Momentumligning i et roterende system:

$$\frac{DC}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \hat{\mathbf{z}}g - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) + \mathcal{F} \quad (2)$$

eller på forenklet form

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{1}{\rho}\nabla p + \hat{\mathbf{z}}g + f\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u} = \mathcal{F} \quad (3)$$

Den totalderiverte av en skalar størrelse C :

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C \quad (4)$$

Den totalderiverte av vektoren \mathbf{u} :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \quad (5)$$

Hydrostatisk balanse/tilnærming:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (6)$$

Geostrofi

Rossby-tall

$$R_0 = \frac{U}{fL} \quad (7)$$

Geostrofisk balanse, nivåkoordinat

$$\mathbf{u}_g = \frac{1}{f\rho} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla p \quad (8)$$

Geostrofisk balanse, trykk-koordinat

$$\mathbf{u}_g = \frac{g}{f} \hat{\mathbf{z}}_p \times \nabla_p z \quad (9)$$

Kontinuitetslikning, geostrofisk balanse, nivåkoordinat

$$\nabla_z \cdot \mathbf{u}_{g,z} = 0 \quad (10)$$

Kontinuitetslikning, geostrofisk balanse, trykk-koordinat

$$\nabla_p \cdot \mathbf{u}_{g,p} = 0 \quad (11)$$

Taylor-Proudman teoremet

$$\frac{\partial u_g}{\partial z_\Omega} = \frac{\partial v_g}{\partial z_\Omega} = 0 \quad (12)$$

Termalvind, nivåkoordinat

$$\frac{\partial \mathbf{u}_g}{\partial z} = -\frac{g}{f\rho_0} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla \sigma \quad (13)$$

Termalvind, trykk-koordinat for en ideell gass

$$\frac{\partial \mathbf{u}_g}{\partial p} = -\frac{R}{fp} \hat{\mathbf{z}}_p \times \nabla_p T \quad (14)$$

Termalvind, trykk-koordinat for en ideell gass integrert mellom $p = p_1$ og $p = p_2$

$$\mathbf{u}_T = \mathbf{u}_g(p_2) - \mathbf{u}_g(p_1) = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \hat{\mathbf{z}}_p \times \nabla_p \bar{T} \quad (15)$$

Geofysiske størrelser

Jordens radius $r = 6.37 \times 10^6$ m

Tetthet, luft 1.2 kg/m^3

Tetthet, sjøvann 1024 til 1028 kg/m^3

Gasskonstanten $R = 287 \text{ J/(kg K)}$

Diverse

Taylorrekke til første orden

$$\delta f(x) = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x \quad (16)$$

$$\delta f(x, y, \dots, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y + \dots + \frac{\partial f}{\partial z} \delta z \quad (17)$$